

Тема: Її величність функція

Мета: узагальнити та систематизувати знання з теми «Функція»;
перевірити вміння учнів:

- читати графіки функції, виконувати різними способами перетворення формули і, відповідно, перетворення графіка функції;
- будувати графіки функцій різними способами;
- вміння проводити елементарне дослідження функції;

розвивати критичне мислення, вміння вільно висловлюватися з теми;
виховувати наполегливість, уважність, самостійність, стійку зацікавленість
у вивченні предмета через його практичне застосування.

Обладнання: Роздаткові матеріали, портрети вчених, надрукований
робочий зошит учня, учительська презентація, «Оптичні властивості
параболічних дзеркал», «Парабола і військова справа», ескізи графіків
функцій.

Тип уроку: Узагальнення та поглиблення знань

Девізом уроку будуть слова Рене Декарта:

«Cogito, ergo sum! Думаю, тому існую!»

Хід уроку

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ МОМЕНТ.

Сьогодні ми проведемо незвичайний урок, і тема його незвичайна: «Її величність функція». Чимало кроків треба було пройти, щоб опинитися на цьому уроці. Тому давайте перетворимо його у невелике свято – свято функції, і спробуємо довести, що тема «Функції й графіки», не тільки одна з найважливіших тем алгебри, а й одна з найцікавіших. Не бійтеся складного й невідомого, оскільки все складне утворюється з найпростішого. Ще Карно говорив, що перша умова, якої треба дотримуватись у математиці – це бути точним, друга – бути ясным і, наскільки можна, простим.

А великий математик Рене Декарт говорив: «Cogito, ergo sum! Думаю, тому існую». Тож ДУМАЄМО! І сьогодні ми з вами будемо

проводити аналітичну роботу, тобто узагальнювати і систематизувати вже відомі нам речі. Тож почнемо.

Подивіться, будь ласка, на екран. Що ви бачите? Давайте підійдемо до розгляду цього природного явища з точки зору алгебри. На що подібна ця веселка?

Учитель питаннями підводить учнів до моменту, коли вони скажуть ПАРАБОЛА, це може відбутися і одразу.



Графіком якої функції є парабола? Графіки яких функцій зустрічалися у вашій домашній роботі? Які дії ви виконували готуючи домашнє завдання?

II. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ.

Дома учні виконували завдання для двох груп. Перша група будувала графіки функцій для «Окулярів», друга - «Парасольки» двома способами:

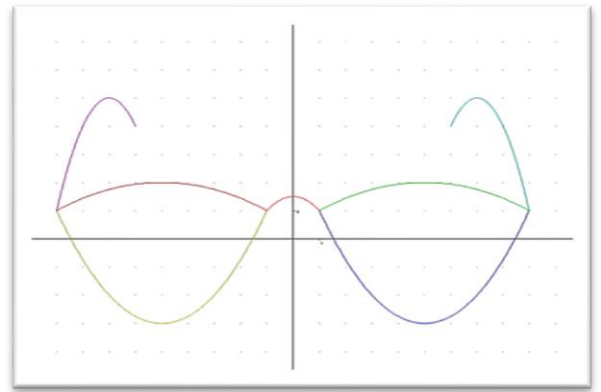
- за правилами найпростіших перетворень графіка $y = x^2$;
- за допомогою програми AdvancedGrapher.

Для зручного і швидкого виконання завдань користуватися інтерактивною програмою Advanced Grapher

Учні демонструють виконане завдання та пояснюють які перетворення виконували.

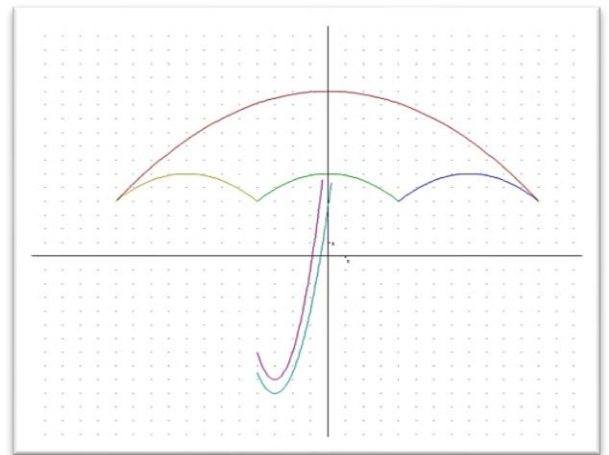
(Окуляри)

- 1) $Y = -\frac{1}{16}(X+5)^2 + 2, X \in [-9; -1];$
- 2) $Y = -\frac{1}{16}(X-5)^2 + 2, X \in [1; 9];$
- 3) $Y = \frac{1}{4}(X+5)^2 - 3, X \in [-9; -1];$
- 4) $Y = \frac{1}{4}(X-5)^2 - 3, X \in [1; 9];$
- 5) $Y = -(X+7)^2 + 5, X \in [-9; -6];$
- 6) $Y = -(X-7)^2 + 5, X \in [6; 9];$
- 7) $Y = -0,5X^2 + 1,5, X \in [-1; 1].$



(Парасолька)

- 1) $Y = -\frac{1}{18}x^2 + 12, x \in [-12; 12];$
- 2) $Y = -\frac{1}{8}x^2 + 6, x \in [-4; 4];$
- 3) $Y = -\frac{1}{8}(x+8)^2 + 6, x \in [-12; -4];$
- 4) $Y = -\frac{1}{8}(x-8)^2 + 6, x \in [4; 12];$
- 5) $Y = 2(x+3)^2 - 9, x \in [-4; -0,3];$
- 6) $Y = 1,5(x+3)^2 - 10, x \in [-4; 0,2];$



Запишіть у зошитах число та тему уроку: „ Її величність функція ”

III. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ

Якщо до веселки добудувати Декартову систему можна проаналізувати природну параболу.

➤ Експрес-опитування. Метод «**Мікрофон**»

- 1) Яка функція називається квадратичною?
- 2) Що є графіком квадратичної функції?
- 3) Як може бути розміщена парабола відносно осі абсцис? Від чого це залежить?
- 4) Як впливає коефіцієнт a на напрям віток параболи?
- 5) Що відбувається з графіком квадратичної функції при зростанні коефіцієнта a ?

- 6) Що таке нулі функції?
- 7) Проміжки знакосталості?
- 8) Проміжки монотонності?
- 9) Найбільше значення?
- 10) Охарактеризуйте графік функції $y = x^2$.
- 11) Як знайти координати вершини параболи?
- 12) Розказати про послідовність побудови графіка квадратичної функції.
- 13) Вказати способи побудови графіків квадратичної функції

Провести такий детальний аналіз дозволило введення саме системи координат. Щоб ретельніше проводити наукові дослідження, Рене Декартом було розроблено певний алгоритм, який він втілював у своїх «Роздумах про метод», а саме:

Нічого не приймати за істину допоки це не доведено, розділяти будь-яку проблему на стільки частин, на скільки це можливо, розташовувати думки у певному порядку, починаючи з простого і переходячи до складного, і робити повсюди переліки настільки повні та огляди настільки всепоглинаючі, щоб бути впевненим, що нічого не пропущено.

Під час вивчення теми «Квадратична функція» ми з вами застосовували ці положення, тож не будемо відходити від них і сьогодні, перш, ніж узагальнити знання щодо квадратичної функції, визначимо, хто із вчених вперше використав термін функція?

➤ Цей етап уроку проходить у формі дидактичної гри «**Поле чудес**». На окремих аркушах умова завдань та аркуш з літерами. Відповіді до кожного завдання відповідає певна літера. Мета учнів скласти ключове слово.

1. Яка з наведених функцій є квадратичною?

А) $y = x - 1$. Б) $y = x^2 - 1$. В) $y = \bar{x} - 1$. Г) $y = \frac{x}{2}$.

2. Знайти область визначення функції:

- 1) $y = \frac{x-2}{x^2-4}$.
3. Знайти множину значень функції $y = x^2 - 4x + 4$.
4. Яка з точок (2;5) , (-1;3) належить графіку функції $f(x)=-2x^2 + 5$?
5. Графік функції $y = \bar{x}$ перенесли паралельно вправо на 3 одиниці і на 4 одиниці вгору. Графік якої функції було отримано?
6. Знайти нулі функції $y = x^2 - 2x - 8$.
7. Указати проміжки зростання функції $y = (x + 3)^2$.

(1; ∞) М	(- ∞ ; + ∞) А	$y = \overline{\bar{x} - 3} + 4$ Н
-2; 4 І	(- ∞ ; -2) \cup -2; 2 \cup (2; + ∞) Е	$y = \bar{x} - 1$ П
$y = x^2 - 1$ Л	1 В	(-1 ; 3) Б
-1 Р	(2; 5) Я	$y = \overline{\bar{x} + 3} + 4$ И
[0; + ∞) Й	[1; + ∞) К	[-3; + ∞) Ц

Отримали слово:

Л	Е	Й	Б	Н	І	Ц
---	---	---	---	---	---	---

Термін «функція» (в деякому більш вузькому сенсі) був вперше використаний Лейбніцом (1692).

IV. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАНЬ, УМІНЬ І НАВИЧОК

До цього часу ми проводили з вами дослідження властивостей квадратичної функції, настала черга розібратися із відповідністю графіків і формул.

- Як із графіка функції $y = x^2$ одержати графіки наступних функцій:
 - $y = -x^2$;
 - $y = (x - 2)^2$;

c) $y = (x + 2)^2 - 5$;

d) $y = 2x^2 + 3$;

e) $y = 1/2x^2 + 3$.

2. Вказати координати вершин кожної з функцій а) – е).

3. Математично-графічне лото

Ескізи графіків виконані на малюнках формату А4 перекріплюються до дошки; окремо – набір формул. Завдання – поставити у відповідність графіку – формулу. Учень коментує свій вибір.

Набір формул:

$y = 2x^2$;

$y = (x - 3)^2 + 5$;

$y = -\sqrt{x + 1}$;

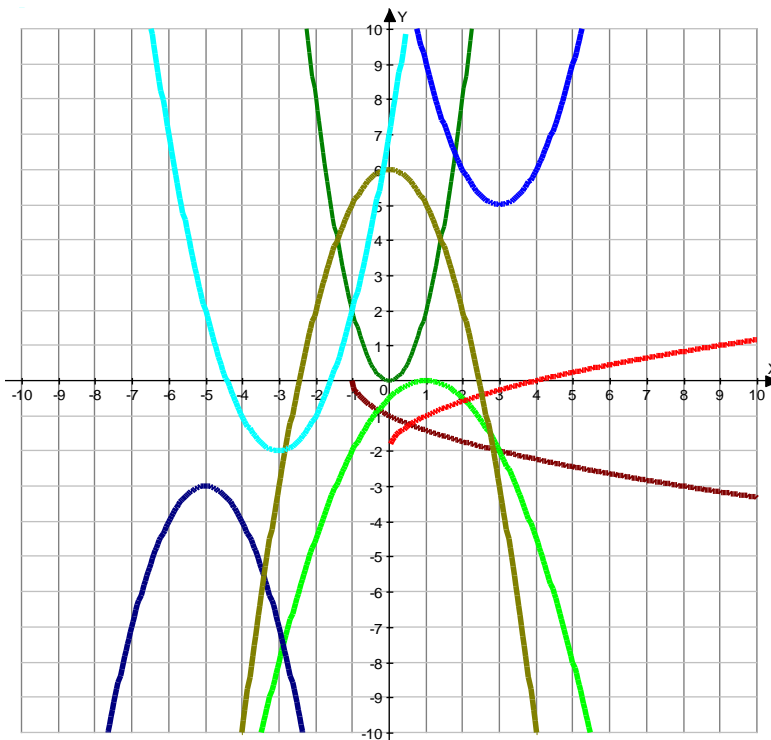
$y = -\frac{1}{2}(x - 1)^2$;

$y = -(x + 5)^2 - 3$;

$y = \sqrt{x} - 2$;

$y = -x^2 + 6$;

$y = (x + 3)^2 - 2$.



4. Для яких із цих функцій виконується умова:

1) $a > 0, D > 0$;

2) $a < 0, D > 0$;

3) $a > 0, D < 0$;

4) $a < 0, D = 0$;

$$5) a < 0, D < 0?$$

5. Користуючись шаблоном побудувати графіки функцій:

a) $y = -(x + 2)^2 - 3$;

b) $y = x^2 - 6x + 10$.

Знайти проміжки зростання і спадання функції, область визначення і область значень функції.

(Дані завдання виконують два учні біля дошки, останні працюють самостійно)

Завдання для самостійної роботи:

1. $y = x^2 - 2$;

2. $y = 3 - x^2$;

3. $y = (x - 1)^2 + 2$;

4. $y = -(x + 1)^2 - 2$

V. ПОГЛИБЛЕННЯ ЗНАНЬ І УДОСКОНАЛЕННЯ ВМІНЬ

Значне місце у перетворенні графіків функцій мають функції, у яких або аргумент, або функція знаходяться під знаком модуля. Пригадаємо як побудувати графік функції

➤ $y = f(x)$;

➤ $y = f(|x|)$.

Побудуємо графіки функцій:

a. $y = -x^2 - 6x - 5$;

b. $y = |-x^2 - 6x - 5|$;

c. $y = |-x^2 - 6|x| - 5|$. *(додатково)*

Графіки функцій а), б) виконують 2 учні біля дошки, останні учні виконують завдання на картках.

Графік с) побудувати на основі графіка а) колективно.

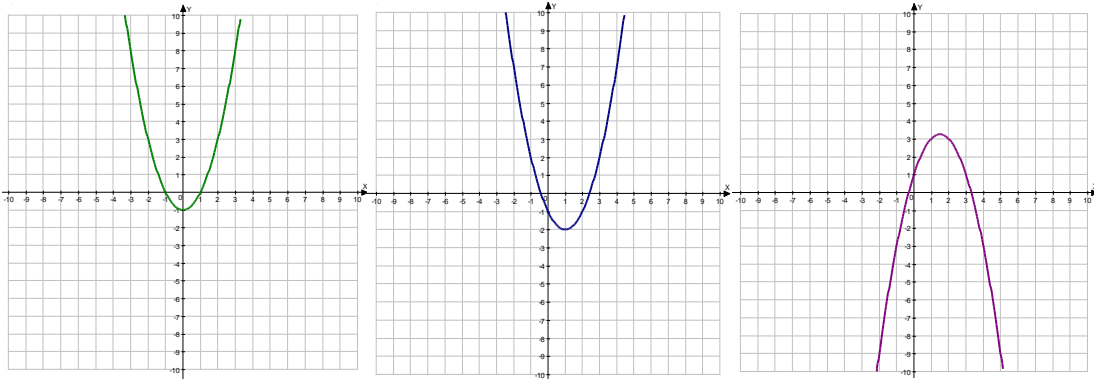
Завдання з катки:

Використовуючи подані графіки, дорисуйте графіки:

a. $y = |x^2 - 1|$;

b. $y = (|x| - 1)^2 - 2$;

$$c. y = |-x^2 + 3x + 1|.$$



VI. ЗАСТОСУВАННЯ ПАРАБОЛИ.

Квадратична функція або її графік, парабола, дуже часто зустрічається в різноманітних галузях науки і виробництва.

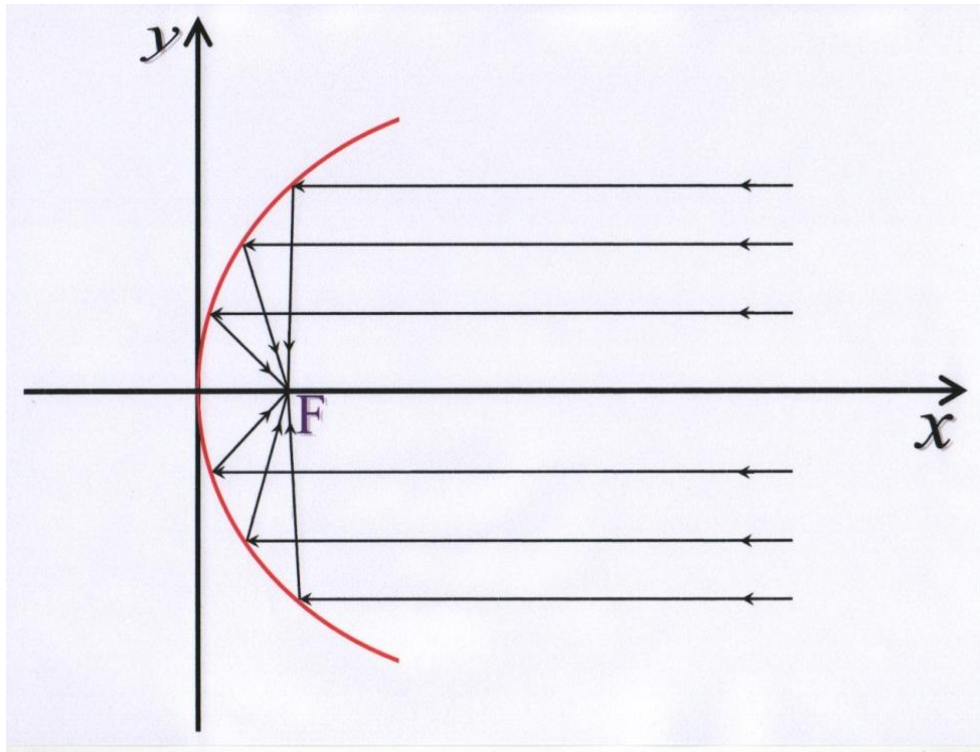
Учень 1. **Оптичні властивості параболічних дзеркал.**

До наших днів дійшла легенда про те, як Архімед збудував увігнуті дзеркала і за їх допомогою спалив римські кораблі. Більшість вчених відкидають цю легенду, оскільки такі дзеркала повинні були би мати надто великі розміри, а при тодішньому розвитку техніки це було неможливо.

Але навіть, якщо історія про спалення кораблів є легендою, то все ж таки спалити римський флот з допомогою параболічних дзеркал можливо.

Результати, які отримав Архімед, ґрунтувалися на такому твердженні: будь-яка пряма, паралельна осі симетрії параболи, після відбиття від параболи проходить через її фокус. Для того, щоб збудувати дзеркало, що збирає сонячні промені в одній точці, потрібно відшліфувати його по параболоїду обертання. Параболоїд – це поверхня, яку можна одержати, якщо обертати параболу навколо своєї осі.

Якщо спрямувати таке параболічне дзеркало на Сонце, то всі відбиті промені пройдуть через фокус параболи, і температура в фокусі виявиться настільки великою, що з допомогою сонячних променів можна буде закип'ятити воду, розплавити свинець і інше. Звідси й походить назва "фокус", що на латині означає "вогнище".



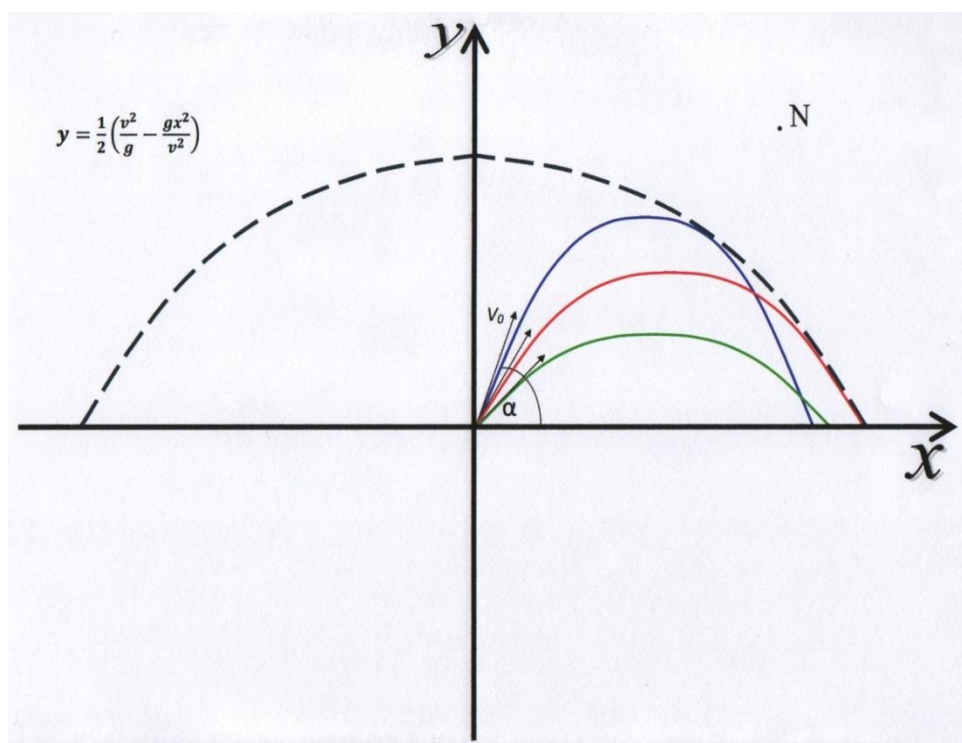
Учень 2. **Парабола і військова справа.**

Траєкторією руху снарядів цікавилися багато вчених, особливо з моменту винайдення пороху в XIII столітті. Жодне укріплення не могло довго витримати артилерійську стрільбу. Пізніше здогадалися застосовувати навісну стрільбу, яка дозволяла стріляти із-за укриття.

Щоб забезпечити точне попадання, потрібно було вивчити рух тіла, кинутого під кутом до горизонту. Вчені довели, що таке тіло рухається по параболі.

Якщо при заданій початковій швидкості снаряда змінювати кут α , то одержуємо нескінченну кількість парабол. Всі параболи, для яких $45^\circ < \alpha < 90^\circ$, дотикаються до одної і тої ж лінії, рівняння якої $y = \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} - \frac{gx^2}{v^2}$. Її називають параболою безпеки.

Якщо точка N знаходиться поза областю, що обмежується цією параболою, то при початковій швидкості v снаряд не потрапить у точку N при жодному куті нахилу.



VII. ПІДВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ.

Ми з вами сьогодні дуже плідно попрацювали. Молодці!

Ви стоїте на порозі вибору свого життєвого шляху. Профілізація старшої школи передбачає три основні напрямки – технологічний, природничо-математичний і гуманітарний. Тому, можливо, декому з вас здасться, що з квадратичною функцією та її графіком ви не будете більше зустрічатись.

Хоча у геометрії квадратичною функцією виражається залежність площі квадрата від його сторони, площі круга від його радіуса тощо. У фізиці – це, наприклад, залежність пройденого шляху від часу при прямолінійному рівноприскореному русі.

В астрономії парабола також зустрічається. Відомо, наприклад, що якщо космічному кораблю чи штучному супутнику, який обертається навколо Землі, надати другу космічну швидкість, то його траєкторія руху перетвориться з еліптичної в параболічну, і він зможе покинути Землю.

Інженерні розрахунки показують, що різні споруди, мости, арки у формі параболи мають підвищену міцність.

Я хочу переконати вас втому, що параболі, розташовані навколо нас, для цього достатньо лише придивитись.

Гімн Параболі

РЕФЛЕКСІЯ

Сьогодні кожен з нас закінчив роботу з певним настроєм і піднявся на відповідну сходинку знань. На якій сходинці ви зараз знаходитесь визначте самі. Оцініть свою роботу на уроці, використовуючи Сходи до знань.

VIII. ПОСТАНОВКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ.

Настала черга отримати домашнє завдання для вдосконалення своїх умінь і навичок. Вдома ви повторіть теоретичний матеріал із пар.2 п. 8-12. Виконаєте письмово тестові завдання з с.92 за рівнями.

Окрім іншого, не забувайте переглянути завдання зі збірок ДПА, за бажанням, пропоную виконати творче завдання – написати реферат, час на написання рефератів – тиждень.

Творче завдання

- ***Тема № 1: “Функція. Квадратична функція, цікаві властивості параболі.”***
- ***Тема № 2: “Квадратична функція в задачах промислового та сільськогосподарського змісту.”***
- ***Тема № 3: “Ода параболі.”***
- ***Тема № 4: “Квадратична функція у фізиці”***

**Дякую за роботу сумлінну та відповідальну,
спасибі за працю і вміння, такт і спілкування.**